

# 機械・構造物の振動と振動試験

構造設計では、安全の観点から構造体が静的荷重に十分耐えうるかどうかだけでなく、変動する荷重に対する動的応答にも配慮することが重要である。また、機械は自動化、複雑化、精密化とともに、省資源、省エネルギーの観点から軽量と高速化の方向にある。そのため、振動が生じ易く、とくに共振時には大きな振幅となり、疲労や破壊など安全性ばかりではなく、動作不良や精度不足の原因にもなる。したがって、高性能で高能率、しかもコストを低く抑えるため、機械・構造物の振動と騒音の予測、制御、防止の重要性が増している。

ここでは、機械・構造物のモダル解析や振動試験による振動特性評価について紹介する。

## 振動系

機械・構造物の振動現象を解析するためには、その物理的特性を適切に表すモデル化が重要である。モデル化において、第1図に示すような3要素が用いられる。mは質量要素、kはばね要素、cはダッシュポットを表し、それぞれ慣性力、復元力、減衰力に関係している。これらの要素の組合せによって構成されるモデルを振動系といふ。まず、基本的な1自由度系の上下方向の自由振動を考える。ばねで支えられた質量を下方に押して離すと、質量は自由に上下に運動をはじめる。静的に釣合った位置を原点にとり、上下方向の変位をyとすると、振動系の運動方程式は、ニュートンの第2法則より

$$m \frac{d^2y}{dt^2} + ky = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

となる。式(1)において  $m \frac{d^2y}{dt^2}$  は慣性力、 $ky$  は復元力を表す。式(1)を解くと、質量の変位yは時間tの変化に応じて、正弦波の振動を示す。この系の固有振動数 $f_0$ は

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \dots \dots \dots (2)$$

で表され、質量mとばね定数kによって決定され

る固有の定数で、単位はHzである。

実際の振動系では、振動エネルギーがほかのエネルギーに変換されるために、時間の経過とともに振動が減衰してしまう。ダッシュポットによる減衰力を、振動の速度に比例する粘性減衰力と考えると、運動方程式は

$$m \frac{d^2y}{dt^2} + c \frac{dy}{dt} + ky = 0 \quad \dots \dots \dots (3)$$

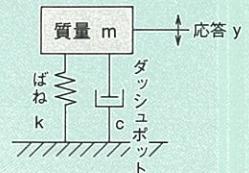
で表される。cはダッシュポットの減衰係数である。cが0からしだいに大きくなるにつれて、減衰の大きな振動となり、ある値  $c_c$  以上の値になると、もはや振動することがなくなる。この  $c_c$  を臨界減衰係数といふ。さらに、減衰係数cを  $c_c$  で除して無次元化した値を減衰比  $\zeta$  ( $= c / c_c$ ) と呼び、減衰特性を表す量として広く用いられている。通常の機械構造物では減衰比が0.01~0.1程度である。

2個以上の自由度を有する振動系を多自由度系と呼び、自由度の数だけ固有振動数が存在する。たとえば、自動車は車体（ばね上質量）と車輪・タイヤ（ばね下質量）から構成される2自由度系として第2図のように表すことができる。

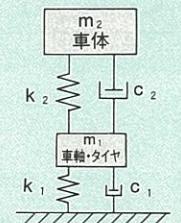
C

## C - 1

要素	単位系
質量要素 m	kg
ばね要素 k	N/m
ダッシュポット c	N·s/m
励振力 F	N



第1図 減衰1自由度系



第2図 減衰2自由度系

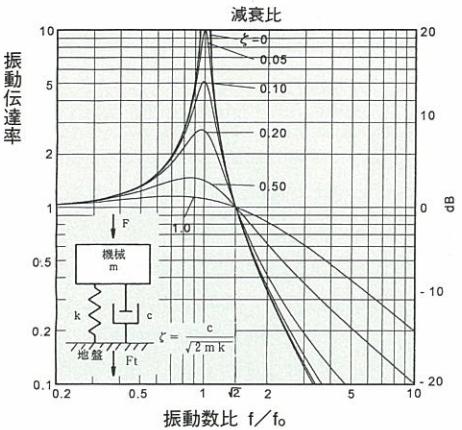
## 振動伝達率

外部から強制力が繰り返し作用する振動を強制振動といふ。機械の弾性支持設計では、機械に作用する力と地盤に伝わる力の比を表す振動伝達率と、振動中の機械の最大変位振幅と静的外力による最大変位振幅の比を表す振幅倍率の評価が基本となる。

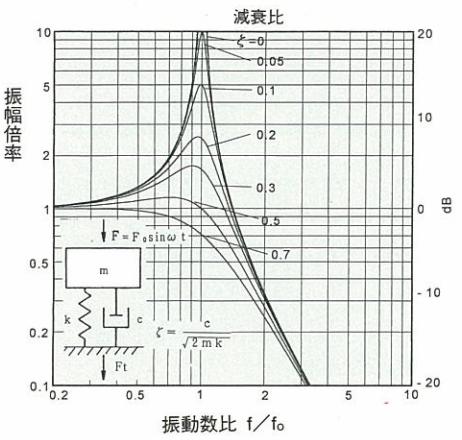
機械に作用する力をF、地盤へ伝わる力を $F_t$ とすると、振動伝達率 $\tau$ は  $F_t/F$  で表される。振動伝達率は発生した振動の何%が伝達するかを示

す値で、減衰比  $\zeta$  をパラメーターにとり図示すると、第3図のようになる。横軸は加振振動数fと固有振動数 $f_0$ の比(振動数比)  $f/f_0$  である。この応答曲線をながめるとわかるように、 $f=f_0$ で大きな応答が生じる。これを共振といふ。この極大値をとる振動数は、減衰比によってわずかに変化するが、この共振振動数は振動系の固有振動数にはほぼ等しいといえる。

## C - 2



第3図 振動伝達率



第4図 振幅倍率

$f = \sqrt{2}f_0$  で減衰比  $\xi$  の違いにかかわらず、振動伝達率はすべて 1 となる。 $f > \sqrt{2}f_0$  の領域では振動伝達率は必ず 1 より小さくなり、防振効果があることになる。また、同じ振動数でみた場合、減衰比が小さいほど振動伝達率の値は小さくなる。これが防振設計の原理である。

振動数比が非常に小さい場合は振動伝達率が 1 となり、あたえられた力はそのまま地盤へ伝達される。また、 $f < \sqrt{2}f_0$  の範囲では減衰比が大きいほど、振動伝達率が小さくなる。したがって、共振点で振幅が過大になることを防ぐには減衰を大きくする必要がある。

振動伝達率を小さな値にして、防振効果のよいものが実現できても、機器本体の変位振幅が大きくなつては具合が悪く、同時に変位振幅を小さく抑えることが重要になる。

振幅倍率は、振動中の機械の最大変位振幅  $\chi_0$  と外力が静的に加わった場合の最大変位振幅  $\chi_{st}$  ( $= F_0/k$ ) との比 ( $\chi_0/\chi_{st}$ ) で、 $F_0$  は外力の振幅である。

振動伝達率と同様に、減衰比  $\xi$  をパラメーターにして、振幅倍率を第4図に示す。 $f = f_0$  は共振点であり、減衰が 0 の場合は、理論上振幅倍率は無限大となる。共振点での振幅倍率は減衰が大きくなるほど小さくなる。

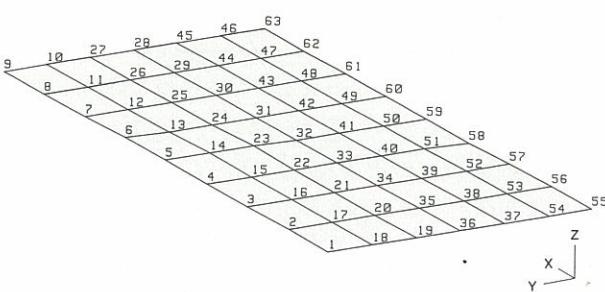
## C - 3

### モーダル解析

機器やそれらの構成品を設計する場合に、それに作用する力や振動特性を把握しなければならない。

モーダル解析<sup>1)</sup>は、実際の構造体の振動伝達特性を測定することにより、その構造体に特有の性質、すなわち、固有振動数、固有振動モード、減衰比などを抽出・同定してモーダルモデルを構築し、それによって構造体の動的応答を推定する手法である。その理論・手法は、マトリックス振動解析、デジタル信号計測処理技術に基づいている。

#### モーダル解析の手順



第5図 供試体モデル

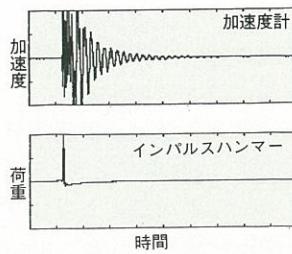
板厚10mm、2辺の長さが1,000、2,000mmの透明アクリル板の周辺を固定したものを例として説明する。

[1] 幾何学モデルの作成：モーダル解析の対象とする構造物に対して、測定点の座標、線・面の接続の情報を入力し、第5図のように表す。

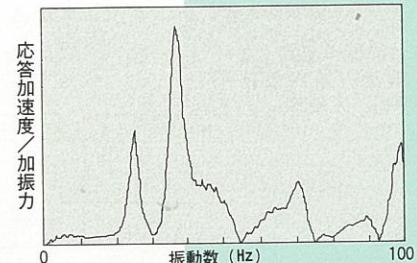
[2] 周波数応答関数の測定：小型加速度計を振動の節にならない部位に取りつけ、[1]で定義した座標点を順次インパルスハンマーで打撃する。加振力信号はインパルスハンマーに組込まれたロードセルにより、また、応答信号は小型加速度変換器により電気信号に変換され、第6図に示すような波形となる。さらに、アナログからデジタルにAD変換され、高速フーリエ変換で時間領域の関数を周波数領域の関数に変換することにより、63組の加振力から応答振動への周波数応答関数がもとめられる。第7図に第5図に示した計測位置34でのZ方向の周波数応答関数の代表例を示す。縦軸は、応答加速度/加振力であり、横軸は振動数である。インパルスハンマーによって、構造体が加振されたとき、インパルス加振力は広い範囲の振動数成分を含んでるので、多くの振動モードが同時に励振されていることがわかる。

[3] カーブフィッティングとモード推定：測定した周波数応答関数に現れた各共振モードに対して、1自由度法の多項式近似法を適用して、各共振モードの固有振動数、減衰およびモード形からなるモーダルパラメーターを推定する。

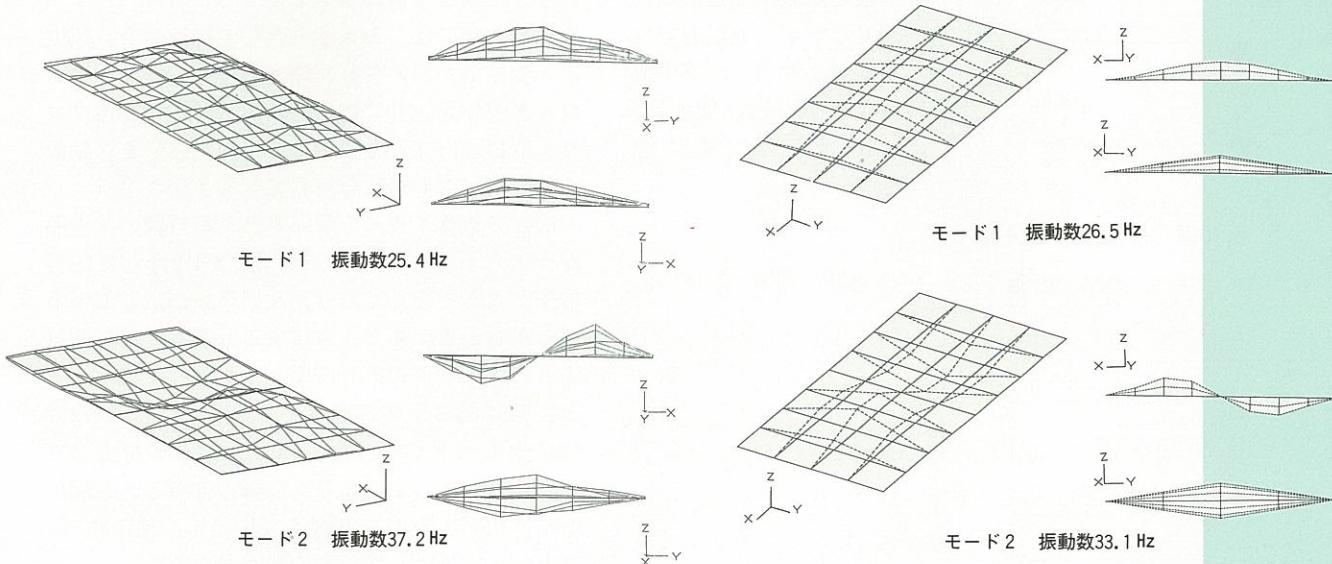
[4] モード形の表示：モード推定でもとめたモーダルパラメーターと、構造物の幾何学形状から、固有振動数での振動モードが第8図のように表示できる。これらのモード図から、振動のふれが最大になっている点(腹)と振動の節、および振動の位相が確認できる。また、ディスプレイ上で動的アニメーションで動きを見ることもできる。これらは動的設計を行う上で非常に重要で、振動や騒音を減少させるために有効なデータとなる。



第6図 計測した波形の例



第7図 計測した周波数応答関数の代表例



第8図 モーダル解析による振動モード

第9図 有限要素法による振動モード

## モーダル解析と有限要素法の比較

実験モーダル解析結果と有限要素法モデル（汎用プログラムNASTRAN）による数値計算結果を比較してみる。第9図に示す数値計算結果は第8図に示した実験モーダル解析結果と比較して固有振動数、振動モードともよく一致している。

モーダル解析が実機に基づいてモーダルモデルを構築する技術であるのに対し、有限要素法による解析は設計図に基づいて構築される数学モデル

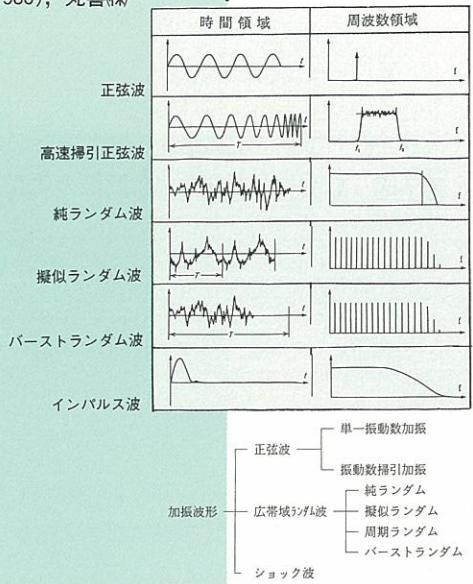
である。したがって、有限要素モデルはフレキシビリティに富み、任意の形状および入力に対する応答をコンピューター上で容易にシミュレートすることができる。しかし、多くの振動問題では、境界条件、減衰特性などを的確に組入れることが容易でない。これらの情報が実機計測に基づいたモーダル解析によって補われれば、より実機に近いモデルの構築が可能となり、設計変更や使用条件をさぐるシミュレーションへの利用が容易になる<sup>2)</sup>。このようにモーダル解析と有限要素法は、互いに補完の関係にある技術といえる。

2)田中基八郎、三枝省三：  
振動モデルとシミュレーション(1984)、応用技術出版(株)

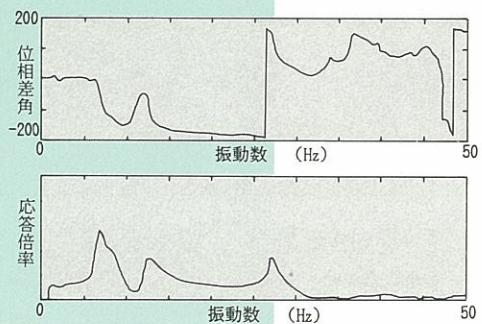
## 振動試験の目的と加振方法

振動試験は、工業製品が出荷から、輸送、保管、使用されて、廃棄されるまでの一生のうちで被る

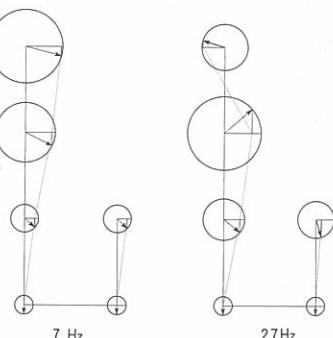
と予測される環境下で、製品が損傷せずに、その機能を果たすかどうかを評価することを目的とし



第10図 加振波形の分類



第11図 共振曲線の代表例



第12図 振動モードの代表例

## C - 5

### 振動低減の方法

モーダル解析や振動試験により動特性が把握されたあと、構造物の振動を小さくする方法として、つぎの事柄が挙げられる。

- (1) 外力の振動数が特定の範囲に限定される場合には、共振振動数を避けるように形状・寸法、材質を変更する。全体的に、剛性と質量分布を適切にする。
- (2) 外力の振動数が広い範囲にある場合は、共振を避けることがむずかしいため、減衰を高める。
- (3) 外力が力強制として作用するか、変位強制として作用するかの違いにより、対応は大きく異なる。力強制の場合は、剛性を大きくすると変形は小さくなるが、変位強制の場合は、変位が定っているため、剛性を大きくするといくらでも大きな力が作用するということになる。したがって、変

振機、(iii) 電気油圧式加振機に分類される。当社では、大型の加振機として、6.5tonfと3.15tonfの動電型加振機を使用している。これらの加振機のうち6.5tonfのものは振動子の方向を変えることにより水平および鉛直方向に同時に加振することができる。加振力は、円筒型の本体内に取りつけられた環状励磁コイルに電流を流すことにより、駆動コイルの取りつけられた可動部を、交番的に振動させて発生させる。加振振幅と振動数を独立に制御するため、不規則波制御にも適している。

つぎに正弦波振動数掃引試験について紹介する。供試体下部をボルトで強固に振動台に固定し、振動台の加速度振幅を一定に保ちながら、振動数を1~50Hzの範囲で漸増減する方法により振動特性を把握した例について述べる。

振動試験では、センサーとして加速度計、速度計、変位計が用いられ、增幅器を介してデータレコーダーや記録計に接続される。解析は高速フーリエ変換(FFT)を利用して時刻歴波形を振動数ごとのスペクトルに分解して行う。

FFTアナライザを用いると、第11図の共振曲線がえられる。7、12.5および27Hz付近で応答倍率が大きくなってしまっており、共振現象が生じていることがわかる。また、隣接する計測点の共振曲線より、各共振点の応答倍率と位相差角を整理すると、第12図に示す振動モードが描ける。7Hzでは1次モードが、27Hzでは2次モードが生じていることが明らかになり、振幅の分布と、各部位が同位相(同方向)で振動しているのか逆位相(反対方向)で振動しているのかがわかる。

位強制外力を受ける場合には、柔構造設計法を採用することも考えなければならない。このように外力の特性もよく検討する必要がある。

- (4) 外力の大きさを低減するために、駆動機械そのものの改良や調整を図る。不充分な場合には、力の伝達を小さくするように緩衝材を用いた構造にする。

振動基礎理論を簡単に説明し、モーダル解析例と正弦波振動数掃引試験の例を紹介した。振動分野は、電気、機械、土木、建築工学などの広い分野にまたがっており、開発や事故対策などの面で振動特性を把握することが重要な意味を持つことが多い。何かのご参考になれば幸いである。

[尼崎事業所 機械解析技術室 山村正明]