近年、ナノテクノロジーの発展にともない、微細 な構造や組成制御による材料の機能発現や高機 能化、小型化が検討されている。特に、ナノスケー ルの空隙を有するナノ多孔質材料は、バルク材料 に比べて著しく熱伝導性が低いことから、断熱材 や熱電変換材料への応用が期待されている1)。

ナノスケールにおける熱や電気輸送特性は、原 子レベルの凹凸や孔などの構造が大きく影響する ことから、デバイス設計においてその輸送メカニズ ムの理解が重要となる。通常、マクロスケールでは 熱流束が温度勾配に比例すると仮定して良く





技術本部 計算科学センター



大川 哲也

古賀 健治

高岸 洋一

(フーリエの法則)、熱は拡散輸送として表すことができる。これは、熱伝導のキャリアであるフォノン(格子振動)の平均自由行 程に比べて対象スケールが十分大きいため、粒界や欠陥、空孔などによる散乱効果が均質化されるためである。一方、フォノン の平均自由行程と原子レベルでの構造の大きさが近いナノスケールでは、熱の輸送が微細構造により大きく影響される。

これら伝熱挙動は微細かつ短時間であるため、さまざまな実験的手法<sup>2-3)</sup>に加えて、数値シミュレーションによる検討<sup>4-9)</sup>が幅 広く行われている。本稿では、代表的なシミュレーション手法の概要を紹介した上で、分子動力学法(Molecular Dynamics: MD) による解析事例を紹介する。

## F-1 さまざまなナノスケールの熱伝導シミュレーション

ナノスケールの熱伝導シミュレーションの中で、代表的な手法と して挙げられるのがMD法であろう。これは、原子同士の相互作用 をポテンシャル関数で表現し、ニュートンの運動方程式を逐次積 分することで格子振動の伝搬挙動を評価するものである。

$$\mathbf{m}\dot{\mathbf{v}}_i = -\nabla U(\mathbf{x}_i), \quad \mathbf{v}_i(t) = \dot{\mathbf{x}}_i(t) \quad \cdots \quad (1)$$

ここに、m:原子質量

U:位置xに依存するポテンシャル関数

v:原子速度

*t* : 時間

添え字i:原子の通し番号

MD法は各原子の動きを模擬するため、最も基礎的なアプローチ であり、得られる情報量も多い。

一方、フォノンを"粒子"としてモデル化し、輸送方程式によって 挙動を計算する手法4)も有力である(ボルツマン輸送方程式)。こ の手法では、群速度や緩和時間を仮定した上で、フォノンの輸送・ 衝突・緩和を時々刻々計算する。支配方程式は、

$$\tau_q \frac{\partial f_{\omega}}{\partial t} + v \frac{\partial f_{\omega}}{\partial x} = \frac{f_{\omega}^0 - f_{\omega}}{\tau} \qquad \dots \dots \dots (2)$$

ここに、fω: フォノンの分布関数

v:フォノン群速度

f <sup>0</sup>ω: 平衡状態の分布

τ:緩和時間

が使用される場合が多い。f<sup>0</sup>ωやτは入力パラメータとなるが、MD 法に比べて計算負荷が小さいため、幅広く適用されている。

全く別のアプローチとして、本来マクロスケールで使用される フーリエ則に緩和時間を追加した"修正フーリエモデル"なども提 案されている。代表的なtwo-lags model5)では、熱フラックスを フーリエ則:

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial x} \qquad \dots (3)$$

ここに、k:熱拡散率

T:温度

の代わりに、

$$\mathbf{q} + \boldsymbol{\tau}_q \frac{\partial q}{\partial t} = -k \left[ \frac{\partial T}{\partial \mathbf{x}} + \boldsymbol{\tau}_T \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial T}{\partial \mathbf{x}} \right) \right] \tag{4}$$

ここに、τ<sub>q</sub>:フラックスの緩和時間 τ<sub>T</sub>: 熱収支の緩和時間

ナノスケール領域における熱伝導シミュレーション技術 Technical Report F

として計算される。ここでは適切な緩和時間設定が重要となるが、 マクロモデルとの接続が容易であることから、有限要素法によるシ ミュレーションの普及にともって近年適用範囲が広がっている。こ れらのアプローチについて、対象スケール、入力パラメータ例など を第1表にまとめた。

#### 第1表 ナノスケールにおける解析手法の例

	<u>分子動力学法</u>	ボルツマン輸送方程式	修正フーリエモデル
対象スケール	~10[nm]程度 (大規模計算で~100[nm])	1 - 100[nm]	1 - 100[nm]
入力パラメータ	原子間相互作用	フォノン輸送特性 (状態密度、比熱、群速度、緩和時間)	緩和時間、熱拡散率
備考	・厳密だが大規模計算が 必要な場合が多い	<ul><li>・厳密だが入力パラメータが必要</li><li>・独自プログラムを使う場合が多い</li></ul>	・マクロモデルとの接続が容易 ・緩和時間の選定が必要

# F-2 MD法によるナノ多孔質材料の熱伝導評価事例

前述の通り、ナノ材料に対する熱輸送特性評価やメカニズム探 索には、MD法が有力な手段としてもちいられてきた<sup>6-9)</sup>。なかでも、 3次元の構造を有するナノ多孔質Si 6,7)やPbTe 8)、固体Ar 9)は、 実測との比較やメカニズムについて、詳細な議論がなされている。 そこでは、伝熱方向の厚みや系の温度に加え、空孔のサイズ、形 状、配置、表面積比などが熱輸送特性を決定する重要なパラメー タであることが指摘された。しかしながら、複数の空孔が配置され た系において、それぞれの因子がどのような影響を及ぼすかは不 明な点も多い。

ここでは、さまざまな空孔率、空孔サイズ、配置を持つナノ多孔 質薄膜の非平衡分子動力学計算を実施し、それぞれが熱輸送特 性(熱伝導率)に与える影響を系統的に調べた事例を紹介する。 本計算では複数の空孔を2次元的に配置したメッシュとすること で、これらの効果を明確化した。なお、比較のためにフーリエ則に 基づく有限要素法(Finite Element Method)解析を合わせて 検討した。

#### 2.1 計算方法

計算条件の概要を第2表に示す。熱伝導率計算には直接法を 採用した。即ち、シミュレーションセルの両端にそれぞれ高温と低 温の熱浴を設置し、定常状態に達するまで(線形の温度勾配が形 成されるまで)計算を続けた。その後、セル両端の投入または吸収 エネルギーの時間微分から熱フラックスを求め、熱伝導率を算出 した。

$_{1}$ $_{-}$ $q$	$a = 1 dE_{out}$	(5)
$\lambda = -\frac{1}{\nabla T}$ ,	$q - \overline{A} = \overline{dt}$	(5)

ここに、λ: 熱伝導率 [W/(m\*K)]

q:熱流東[W/m<sup>2</sup>] T:温度[K]

 $E_{out}$ : 高温部と低温部のエネルギー差[J]

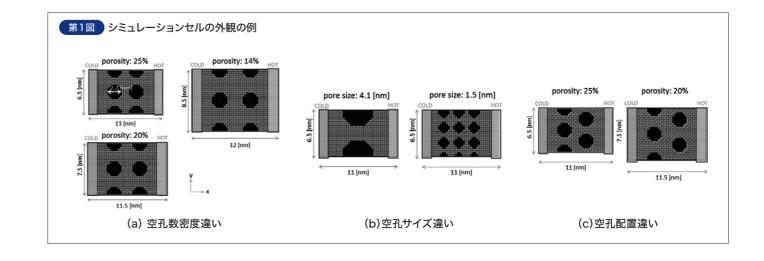
A: 断面積[m²]

t:時間[s]

第1図(a)-(c)に一例として示すように、空孔のサイズ、数密度 および配置が異なる構造を採用し、これらの違いが熱伝導率に与 える影響を調べた。なお、空孔率に関わらず、格子定数は全て等し いとした。

#### 第2表 MD法における計算条件

基準セルサイズ [nm]		11×6.5×2.7
	モデル形状	図1(a)~図1(c)
	初期原子配置	面心立方格子構造
	温度制御方法	Velocity scaling法
	時間ステップ∆t [fs]	1.0
	高温部温度 [K]	30
	低温部温度 [K]	10
	原子間相互作用	Lennard-Jonesポテンシャル(Ar)



### 2.2 計算結果

正方格子状に空孔を配置した場合の熱伝導率(バルクの値で 規格化)と空孔率の関係を第2図(a)に示す。なお空孔サイズは直 径2.2[nm]で一定とした。フーリエ則に基づくFEMでは、空孔率 の増加にともって熱伝導率が単調に低下しており、その減少幅は 概ね空孔率に比例する「線形則」に沿った結果となった。一方、 MDでは空孔率が14%を超える辺りから急激に熱伝導が低下す る様子が見られるなど、非線形な挙動を示した。また、空孔率を 25%に固定して空孔サイズを変化させた場合では(第2図(b)参 照)、FEMでは空孔サイズによらず熱伝導率はほぼ一定となり、線 形則と矛盾しない結果となる。一方、MDではFEMよりも熱伝導 率が著しく低く、空孔サイズが小さくなるほど低下する傾向が見ら れた。このように、ナノスケールにおける熱伝導は、空孔率だけでは なく空孔サイズも大きく影響されることが示唆された。

第3図に空孔配置が異なる場合の熱伝導率の比較を示した (空孔サイズ・空孔率一定)。本計算(MD)では正方格子状、千 鳥格子状、およびランダムのいずれも概ね等しい熱伝導率が得ら れ、線形則と同じ挙動を示す結果となった。従って、空孔の配置は 必ずしも熱伝導率に影響を及ぼさないと考えられた。

既報では、ナノ多孔質材料の熱伝導率に影響を与える因子とし て、空孔間ネック幅(dneck)によるフォノン平均自由行程の制限効

果7)や、空孔表面によるフォノン散乱効果6)などが議論されてき た。そこで上記の熱伝導率計算結果とこれらの因子の相関を見る ことで、どちらが本質的に影響を与えるか評価する。

フォノン熱抵抗(熱伝導率の逆数)は、フォノン群速度および平 均自由行程を用いて式(6)のように表される3)。

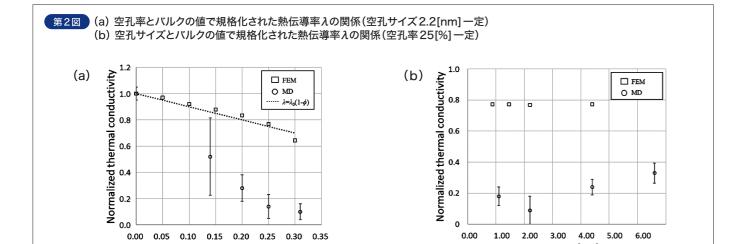
$$\frac{1}{\lambda} = \frac{3}{C_{\nu} v_{\sigma}} \frac{1}{l_{p}} \qquad \dots \tag{6}$$

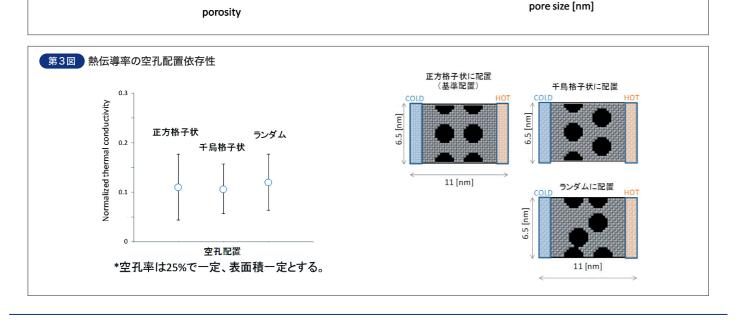
ここに、 $C_n$ : 比熱

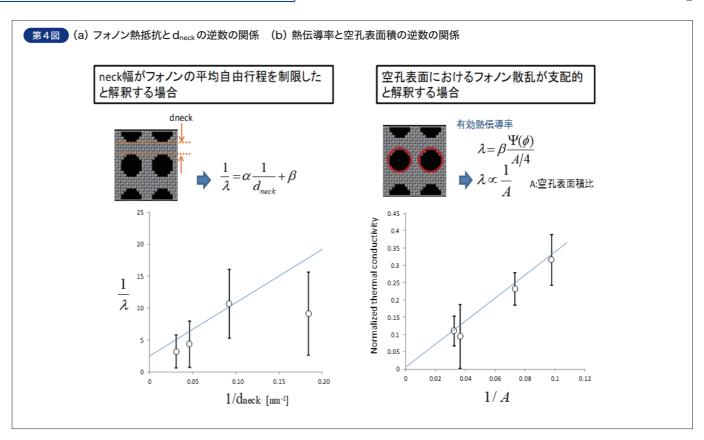
vg:フォノン群速度

l<sub>n</sub>:フォノンの平均自由行程

したがって、dneckがフォノンの平均自由行程 lnを制限するのであ れば、フォノン熱抵抗とdneckの逆数は比例関係になると予想され る。第4図(a)にこれらの関係を示す。dneckが比較的大きい場合は 概ねフォノン熱抵抗と比例関係にあるが、小さい場合(即ち空孔率 が高い)にはずれが生じていることが分かる。これは、空孔率が高 い場合においては、必ずしもフォノンの平均自由行程が熱伝導を 律速する訳ではないことを示している。







既報10)によれば、表面散乱効果が熱伝導を律速する場合、フォ ノン一空孔散乱の緩和時間から、熱伝導率は空孔表面積の逆数 に比例することが示されている。即ち、

$$\lambda = \beta \frac{\Psi(\phi)}{A/4} \tag{7}$$

ここに、λ: 熱伝導率

β: 定数

Ψ: 空孔率 φ に依存する 関数

A:表面積

第4図(b)にこれらの関係をプロットした。いずれの表面積値にお いても両者は比例関係が見られており、本計算においては空孔表 面積が熱伝導率を決定する重要な因子であることが示唆された。

以上のように、さまざまなパラメータを変えたMD計算を系統的 に実施することで、ナノスケール熱伝導における影響因子の評価 が可能となる。本解析はあくまでモデル材料における基礎検討で あるが、このようなMD法の結果をベースに、ナノ多孔質材料の設 計最適化への応用や、見積もられた緩和時間をもちいてボルツマ ン輸送方程式や修正フーリエ則による有限要素法解析への展開 等も期待される。

本稿では、ナノスケールにおける熱伝導シミュレーション手法について概説し、それぞれの特徴を簡単にまとめた。また、ナノ多孔質 材料を対象としたMDによる評価事例を紹介した。特に、さまざまな空孔率、空孔サイズ、配置を持つナノ多孔質薄膜、空孔のサイズ と配置が熱的特性に及ぼす影響について述べ、空孔表面積や空孔間との相関について論じた。このように、フォノンの平均自由行程 と原子レベルでの構造の大きさが近いナノスケールでは、熱の輸送を理解する上でMDをはじめとするシミュレーションが有効な手 法となり得る。

参考文献 \*1) Jinyao Tang et al., Nano Lett. 2010, 10, 4279-4283.

\*2) T.K. Hsiao et al., Nature Nanotechnologies. 8 (2013) 534-538.

\*3) W. Liu, et al, Appied Physics Letter 84 (2004) 3819-3821.

\*4) 堀琢磨、Ph.D thesis, University of Tokyo (2015).

\*5) N. Araki, Jour. HTSJ, Vol. 43, No. 178 p.2 (2004).

\*6) 永井大資、博士論文(九州工業大学、2010年).

\*7) Yuping He et al., ACS Nano vol. 5, no. 3, 1839-1844 (2011).

\*8) 堀琢磨、塩見淳一郎、第50回伝熱シンポジウム講演論文集(仙台、2013年).

\*9) R.Lukes et al., Microscale Thermophysical Engineering, Vol.8, Issue 4, (2004) 341-359.

\*10) K. Termentzidis et al., Physical Review B 79, 214307 (2009).